

机械臂初始位置误差的容错运动规划

李克讷¹, 杨 津¹, 徐剑琴², 罗家维³

(1. 广西科技大学 电气与信息工程学院, 广西 柳州 545006; 2. 广西科技大学 工程训练中心, 广西 柳州 545006;
3. 江西工业工程职业技术学院, 江西 萍乡 337000)

摘 要: 针对机械臂在执行任务过程中末端执行器的实际与期望的初始位置存在误差的问题, 提出一种基于二次型规划的容错型运动规划方案, 用于减小机械臂在执行轨迹跟踪任务时初始位置误差对任务执行精度的影响。采用神经动力学方法, 把位置误差转换为机械臂末端运动速度, 并在速度层上对机械臂进行建模。使用一种基于线性变分不等式的原对偶神经网络求解器, 对提出的二次型规划方案进行实时求解。平面二连杆机械臂的仿真结果证明了初始位置误差呈指数收敛趋于0, 验证了该容错方案的有效性。

关键词: 运动规划; 二次型规划; 初始位置误差; 神经网络

DOI: 10.15938/j.jhust.2020.01.014

中图分类号: TP24 文献标志码: A 文章编号: 1007-2683(2020)01-0093-07

Fault-Tolerant Motion Planning with Initial Position Error of Manipulator

LI Ke-ne¹, YANG Jin¹, XU Jian-qin², LUO Jia-wei³

(1. School of Electrical and Information Engineering, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou 545006, China;
2. Engineering Training Center, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou 545006, China;
3. Jiangxi Vocational College of Industry and Engineering, Pingxiang 337000, China)

Abstract: In the robotic application, the error would exist between the actual and desired initial positions of the end-effector. In this paper, a fault-tolerant motion planning scheme was proposed based on quadratic programming to reduce the initial position error and improve the tracking accuracy during the end-effector executing the task. By using the neural-dynamics method, an error-eliminating velocity was designed based on the real-time position error, and was incorporated into the end-effector velocity together with the task desired velocity. Furthermore, a primal-dual neural network solver based on linear variational inequalities was used to solve the proposed quadratic programming scheme in real-time. The MATLAB simulation results of a two-degree-of-freedom planar manipulator demonstrate that the initial position error is exponential convergent to 0, and the fault-tolerance scheme is effective.

Keywords: motion planning; quadratic programming; initial position error; neural network

收稿日期: 2018-04-08

基金项目: 国家自然科学基金(61663003); 江西省教育厅科技项目(GJJ171282)。

作者简介: 李克讷(1978—), 男, 博士, 副教授;

杨 津(1994—), 女, 硕士研究生。

通信作者: 徐剑琴(1979—), 女, 硕士, 讲师, E-mail: 23025591@qq.com。

0 前言

机械臂由于其工作效率高、重复精度好、可以代替人类在危险环境下工作等特点,被广泛应用于农业、制造业、服务业等多个领域^[1-3]。机械臂的运动学解析问题是机器人研究中最基本的问题之一,在近几十年中得到了国内外学者的广泛关注^[4]。基于雅克比矩阵求逆的方法经常被用来规划机械臂的运动,这一方法虽然能够进行实时计算,但是该方法需要对矩阵进行求逆运算,计算较为复杂^[5-8]。

由于机械臂工作的环境比较复杂,在实际应用中,可能会由于温度变化、D-H 参数误差、传感器误差等因素的影响,导致机械臂在进行初始状态调整时,末端执行器的初始位置与在执行轨迹跟踪任务时期望的初始位置之间存在误差^[9,10]。此外,这一误差会随着机械臂的长期工作和磨损而逐渐增大^[11]。如果没有及时对该误差进行有效的控制和减小,那么该误差会存在于整个任务的执行过程中,影响任务的执行精度。因此,如何有效减小初始位置误差是机械臂进行运动规划中需要考虑的重要问题。就作者所知,目前对于这一问题的研究较少。有学者提出了一种可用来进行机器人位姿误差补偿的差值算法,但该方法计算较为繁琐且不能实现误差的在线补偿^[12]。文献^[13]中提出利用激光跟踪仪测量机器人位姿,并构建闭环控制系统对机器人位姿误差进行在线补偿,该方法需要进行多次在线补偿,且能达到的精度不高。还有学者利用微小位移合成法建立机器人的位置误差模型,提出利用雅克比矩阵将末端运动轨迹误差转换为关节角修正量的算法,通过优化关节转角来减小路径跟踪误差^[14]。该方法虽然简单且易于理解,但是需要进行矩阵求逆运算,计算复杂,同时难以达到很好的末端作业精度。

本文就提出的机械臂初始位置误差这一问题,大致分为以下几部分来探讨其容错规划方案。首先,基于神经动力学方法把位置误差转换为机械臂末端运动速度,对容错方案进行相应的数学描述。第二,建立基于二次型的解析方案,在速度层上对机械臂的逆运动学问题进行求解。第三,通过构造基于线性变分不等式的原对偶神经网络对上述的二次型解析方案进行实时求解。最后以二连杆机械臂为例对该方案进行 MATLAB 仿真,探讨该容错方案对于消除初始位置误差的可行性和有效性。

1 初始位置误差的容错方案描述

用如下的表达式描述给定的机械臂的关节角与末端执行器的位置之间的关系:

$$r(t) = f(\theta(t)) \quad (1)$$

其中: $f(\cdot)$ 是关节角与机械臂末端位置之间的非线性映射关系; $r(t) \in R^m$ 为关节角向量 $\theta(t) \in R^n$ 对应的机械臂末端笛卡尔位置向量。为获得解析解,逆运动学问题通常是通过如下的关系式在速度层上进行求解:

$$\dot{r}(t) = J(\theta) \dot{\theta}(t) \quad (2)$$

其中 $J(\theta) \in R^{m \times n}$ 是机械臂的雅可比矩阵,它描述了机械臂关节空间速度 $\dot{\theta}(t)$ 与笛卡尔空间速度 $\dot{r}(t)$ 的关系。

1.1 笛卡尔轨迹速度优化

借鉴并结合文^[15-16]中机械臂的状态调整方案中对关节速度设计的思想,为了有效减小机械臂末端的实际位置和期望位置之间的初始位置误差,将实时误差定义为

$$g(t) = r(t) - r_d(t) \quad (3)$$

其中 $r_d(t)$ 为期望的机械臂末端轨迹。为了消除机械臂末端存在的误差,即让式(3)收敛到0,考虑设计如下

$$\dot{g}(t) = \frac{dg(t)}{dt} = -\lambda g(t) \quad (4)$$

其中: λ 用来调整该位置误差的收敛率; $\dot{g}(t)$ 表示实际和期望的机械臂末端执行器轨迹之间的向量值误差随时间的导数。为了使得 $\dot{g}(t)$ 的初始值为零,将 λ 设为时变参数 $\lambda(t) = \lambda_0 t$,其中 λ_0 是一个可任意设置的标量系数。综上所述,机械臂末端执行器速度可以优化为

$$\dot{r}(t) = \dot{r}_d(t) + \dot{g}(t) \quad (5)$$

由式(3)~(5)所描述的速度优化方案是全局指数收敛的,该优化理论可以用下面的定理来描述。

定理1 从任意初始位置 $r(0)$ 开始,速度优化方案(3)~(5)中的机械臂末端位置变量 $r(t)$ 以收敛率 $\lambda_0 t/2$ 全局指数收敛到期望的轨迹位置 $r_d(t)$ 。此外,误差随时间的导数 $\dot{g}(t)$ 也是以收敛率 $\lambda_0 t/2$ 全局指数收敛至0。

证明: 参考和借鉴文^[15-16]中提出的方法,对该定理作如下证明。

由式(4)推出:

$$\frac{1}{g(t)} dg(t) = -\lambda dt \quad (6)$$

将参数 $\lambda = \lambda_0 t$ 代入式(6)并对式(6)两边同时积分可以得到

$$g(t) = g(0) \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda_0 t^2\right) \quad (7)$$

将式(3)代入式(7)得到

$$r(t) - r_d(t) = [r(0) - r_d(0)] \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda_0 t^2\right) \quad (8)$$

也就是说,随着时间的增加, $r(t)$ 以收敛率 $\frac{\lambda_0 t}{2}$ 全局指数收敛到 $r_d(t)$ 。

通过式(8)可以定义一个对应于期望轨迹位置 $r_d(t)$ 的机械臂末端的位置差异率 $\sigma(t)$:

$$\sigma(t) = \frac{\|r(t) - r_d(t)\|_2}{\|r(0) - r_d(0)\|_2} = \exp\left(-\frac{\lambda_0 t}{2}\right) \quad (9)$$

而且,通过对式(8)关于时间的求导,可得误差随时间的导数:

$$\dot{g}(t) = -g(0) \lambda_0 t \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda_0 t^2\right) \quad (10)$$

由式(10)可知,误差随时间的导数 $\dot{g}(t)$ 以收敛率 $\frac{\lambda_0 t}{2}$ 全局指数收敛到 0。证明完毕。

1.2 容错解析方案描述

基于文[6]中机械臂运动解析方案的设计思想,本文设计了可用来消除初始位置误差的容错解析方案:

$$\text{最小化} \quad \frac{1}{2} \dot{\theta}^T M \dot{\theta} + b^T \dot{\theta}$$

$$\text{约束条件} \quad J \dot{\theta} = \dot{r}$$

$$\theta^- \leq \theta \leq \theta^+ \quad (11)$$

$$\dot{\theta}^- \leq \dot{\theta} \leq \dot{\theta}^+ \quad (12)$$

其中 M 和 b 分别为系数矩阵和系数向量,根据特定的性能指标来定义。机械臂末端执行器速度 $\dot{r}(t) = \dot{r}_d(t) + \dot{g}(t)$, 式(11)和式(12)分别为机械臂的关节角极限和关节速度极限约束关系。

由于该容错方案在速度层上进行解析,将式(11)作如下的转换[5]:

$$\delta(\theta^- - \theta) \leq \dot{\theta} \leq \delta(\theta^+ - \theta) \quad (13)$$

其中 δ 作为一个自定义系数用来调节关节速度的可行域。由于本文中不包含其他的优化指标,因此将系数向量 b 设置为 $b = 0 \in R^n$, 系数矩阵 M 设置为

$M = I \in R^{n \times n}$ 。获得如下的基于二次型规划的在速度层上求解的容错解析方案:

$$\text{最小化} \quad \frac{1}{2} x^T x \quad (14)$$

$$\text{约束条件} \quad Jx = q \quad (15)$$

$$\eta^- \leq x \leq \eta^+ \quad (16)$$

其中,式(16)为式(12)和(13)转换得来的关节速度的双端约束, $\eta_i^- = \max\{\delta(\theta_i^- - \theta_i), \dot{\theta}_i^-\}$ 和 $\eta_i^+ = \min\{\delta(\theta_i^+ - \theta_i), \dot{\theta}_i^+\}$ 分别表示 η^- 和 η^+ 的第 i 个元素。决策变量 $x = \dot{\theta} \in R^n$, 系数向量 $q = \dot{r} \in R^n$ 。

2 原对偶神经网络求解器

基于二次型、线性变分不等式和分段线性方程组的等价性,应用原对偶神经网络求解器对式(14)~(16)进行实时求解[7-19]。首先,将二次型规划问题转换成线性变分不等式问题,也就是找到一个原对偶决策向量 $y^* \in \Omega = \{y | y^- \leq y \leq y^+\} \subset R^{n+m}$ 对 $\forall y \in \Omega$ 都满足[9]

$$(y - y^*)^T (Gy^* + \xi) \geq 0 \quad (17)$$

$$\text{这里 } G = \begin{bmatrix} M & -J^T \\ J & 0 \end{bmatrix} \in R^{(n+m) \times (n+m)}, \xi =$$

$\begin{bmatrix} 0 \\ -q \end{bmatrix} \in R^{n+m}$, 原对偶决策向量 y 和它的上下界分别定义为

$$y = \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}, y^+ = \begin{bmatrix} \eta^+ \\ \tilde{A} \end{bmatrix}, y^- = \begin{bmatrix} \eta^- \\ -\tilde{A} \end{bmatrix}$$

其中: $\tilde{A} \in R^m$ 为正无穷大向量; $u \in R^m$ 是等式约束(15)所对应的对偶决策向量。

然后,鉴于线性变分不等式和分段线性等式的等价性,将式(17)转化成如下[9]

$$P_\Omega [\bar{y} - (Gy + \xi)] - y = 0 \quad (18)$$

其中: $P_\Omega[\cdot]$ 为一个投影算子, $P_\Omega[\bar{y}]$ 从空间 R^{n+m} 到集合 Ω 的投影结果定义为

$$\begin{cases} y_i^- & \text{如果 } y_i \leq y_i^- \\ y_i & \text{如果 } y_i^- \leq y_i \leq y_i^+, \forall i \in \{1, 2, \dots, n+m\} \\ y_i^+ & \text{如果 } y_i \geq y_i^+ \end{cases}$$

最后,本文采用如下的动力学方程来描述基于线性变分不等式的原对偶神经网络:

$$\dot{y} = \gamma \{ P_\Omega [\bar{y} - Gy] - y \} \quad (19)$$

其中,为了能对神经网络的收敛率进行调节,设计参数 $\gamma > 0$ 。此外,根据文[9-20]可以得到下面关于该神经网络的收敛性定理。

定理2 假定二次型规划问题(14)~(16)存在最优解 x^* , 那么从任何一个初始状态 $y(0) \in R^{m+n}$ 出发, 基于线性变分不等式的原对偶神经网络(18)总能收敛到平衡点 y^* , 且它的前 n 个元素构成了该二次型规划问题(14)~(16)的最优解 x^* 。

证明: 可由文[9-20]归纳总结得到如下定理2的证明。利用投影不等式^[9]可以证明得到:

$(y - y^*)^T (I + G^T) (y - P_\Omega(y - (Gy + \xi))) \geq \|y - P_\Omega(y - (Gy + \xi))\|_2^2 + (y - y^*)^T G(y - y^*)$
构造李雅普诺夫函数 $V(y) = \|y - y^*\|_2^2/2 \geq 0$, 它随时间的导数为

$$\begin{aligned} \frac{dV(y)}{dt} &= \left(\frac{\partial V(y)}{\partial y} \right)^T \frac{dy}{dt} = \\ &= (y - y^*)^T \gamma (P_\Omega(y - (Gy + \xi)) - y) \leq \\ &= -\gamma (I + G^T)^{-1} \{ \|y - P_\Omega(y - (Gy + \xi))\|_2^2 + \|y - y^*\|_2^2 \} \leq 0 \end{aligned}$$

可知当 $y = y^*$ 或者 $dy/dt = 0$ 时, $dV(y)/dt = 0$, 根据李雅普诺夫理论, 该原对偶神经网络的网络状态 $y(t)$ 是稳定的且全局收敛至平衡点 y^* 。 y^* 是式(17)的解, 那么, 它的前 n 个元素构成二次型规划问题(14)~(16)的最优解 x^* 。证明完毕。

值得提及的是, 与其它递归神经网络相比, 基于线性变分不等式的原对偶神经网络没有涉及到矩阵的伪逆或乘法运算, 也没有任何的高阶非线性计算, 降低了计算的复杂度^[9]。机械臂容错运动流程原理如图1所示。

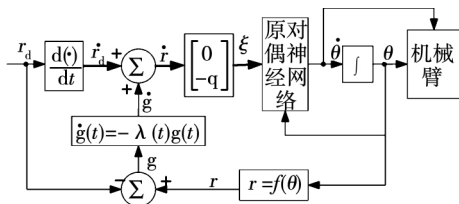


图1 机械臂容错运动控制框图

Fig.1 Block chart of fault-tolerant motion control

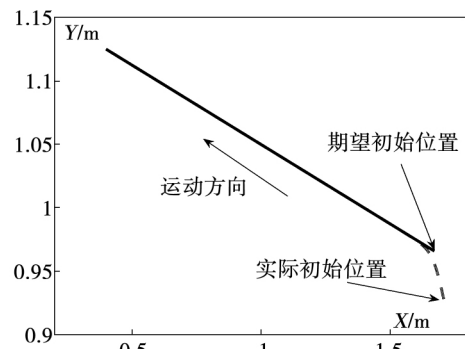
3 仿真验证

由于本文的目的仅在于有效减小机械臂末端执行器的初始位置误差, 且不包含其它优化指标。因此, 本节以二连杆机械臂为仿真模型, 让机械臂末端执行器在具有不同初始位置误差的情况下分别执行直线和“8”字形曲线的轨迹跟踪任务, 通过计算机仿真来验证容错解析方案的有效性。

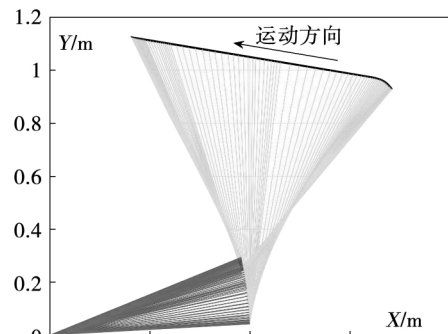
3.1 直线轨迹跟踪

在本小节中, 要求机械臂末端在初始位置存在

误差的情况下对一条直线执行轨迹跟踪任务。期望的初始关节角向量为 $[\pi/12, \pi/6]^T$ rad, 实际的关节角向量设置为 $[\pi/12, 0.9\pi/6]^T$ rad。直线轨迹的初始位置(即期望初始位置) $r_d(0) = (1.673\ 03, 0.965\ 93)$ m, 而实际的机械臂末端执行器的初始位置设置为 $r(0) = (1.709\ 07, 0.927\ 95)$ m, 初始位置误差 $g(0) = (0.036\ 04, -0.037\ 98)$ m。机械臂关节角度的上下极限设定为 $\pm [\pi, \pi]^T$ rad, 关节速度的上下极限设置为 $\pm [\pi, \pi]^T$ rad/s, 任务执行周期为10 s。设计参数 $\lambda_0 = 2, \delta = 20, \gamma = 10^8$ 。仿真结果如图2、图3和表1所示。



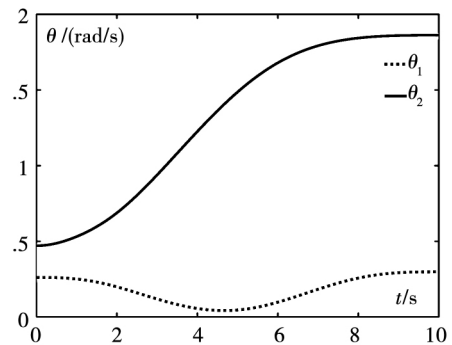
(a) 机械臂末端轨迹图



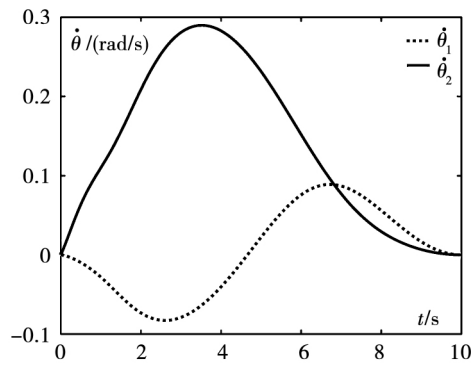
(b) 机械臂关节运动变化图

图2 机械臂末端轨迹和关节运动图

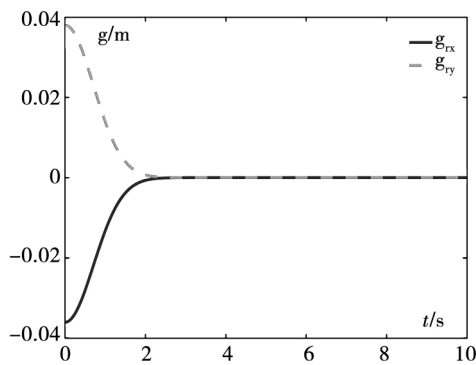
Fig.2 End-effector trajectory and joint motion of the manipulator



(a) 关节角度变化曲线图



(b) 关节速度变化曲线图



(c) 关节末端位置误差曲线图

图 3 机械臂关节、关节速度曲线及位置误差曲线

Fig. 3 Transients of joint position, velocity and end-effector position errors

表 1 机械臂末端执行器位置误差收敛情况

Tab. 1 Convergence situation of end-effector position errors

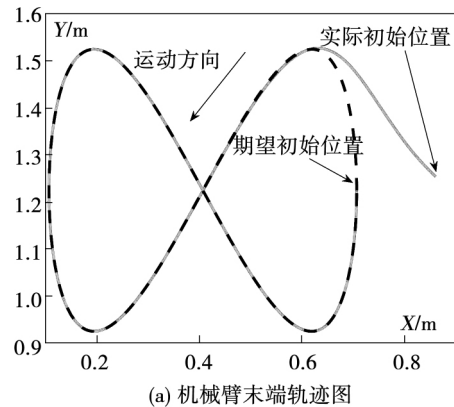
时间 t /s	位置差异率 $\sigma(t)$	$\exp(-t^2)$
0.51	7.675×10^{-1}	7.71×10^{-1}
1.03	3.49×10^{-1}	3.461×10^{-1}
2.50	1.9×10^{-3}	1.9×10^{-3}
5.03	2.66×10^{-7}	1.03×10^{-11}
8.01	1.20×10^{-9}	1.37×10^{-28}
10	1.16×10^{-8}	3.72×10^{-44}

图 2 为机械臂在执行直线轨迹跟踪任务时的轨迹位置变化曲线图。从图 2(a) 中可看出,在任务刚开始执行的时候是存在初始位置误差的,但是随后位置误差在不断减少直到与期望轨迹重合。从图 3(a) 和 (b) 中可以看到在整个任务周期中,机械臂的关节角和关节速度曲线都比较平滑,这符合我们的容错方案设计,此外图 3(c) 中的位置误差变化曲线表明了,在轨迹跟踪过程中,机械臂末端执行器的位置较快地收敛到了期望的轨迹位置上。通过表 1 和仿真实验数据可以知道随着时间 t 的变化,位置误

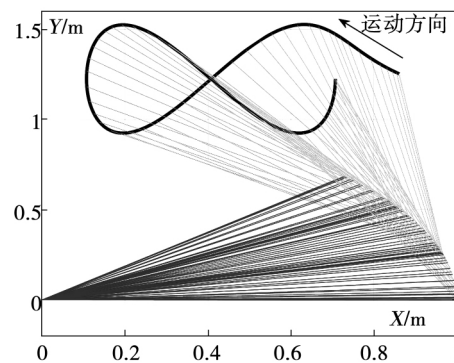
差在不断的减小,到任务结束时的位置误差仅为 $(5.92290 \times 10^{-10}, -1.33790 \times 10^{-10})$ m,另外,通过式 (9) 对收敛性进行量化分析可知随着时间 t 的变化,位置差异率 $\sigma(t)$ 越来越接近于 $\exp(-t^2)$,这说明了该容错算法能够实现对位置误差的快速减小。综上可知,所提出的容错规划方案对于初始位置误差快速有效地减小是有效的。

3.2 “8”字形轨迹跟踪

为进一步证明在执行不同的轨迹跟踪任务或者是在初始误差较大的情况下本文提出的容错方案同样具有可行性。在本小节中,要求机械臂末端执行器对一条“8”字型曲线的轨迹跟踪任务。期望的初始关节角向量为 $[\pi/12, \pi/12]^T$ rad,实际的关节角向量为 $[\pi/12, 0.9\pi/2]^T$ rad。“8”字型轨迹的初始位置为 $r_d(0) = (0.70711, 1.22474)$ m,而实际的机械臂末端执行器的位置设为 $r(0) = (0.86140, 1.25334)$ m,初始位置误差 $g(0) = (0.15066, 0.02792)$ m。设计参数 $\lambda_0 = 1$,关节角度极限和关节速度极限以及其他参数不变,仿真结果如图 4、图 5 和表 2 所示。



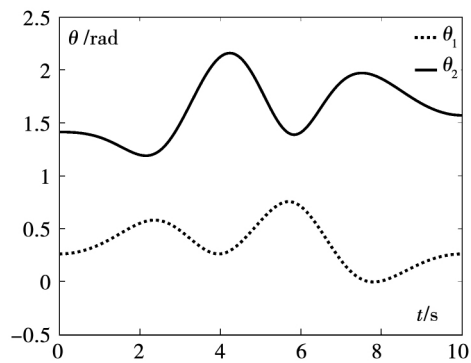
(a) 机械臂末端轨迹图



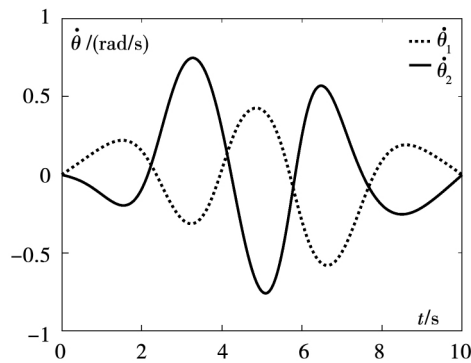
(b) 机械臂关节运动变化图

图 4 机械臂末端轨迹曲线和关节运动图

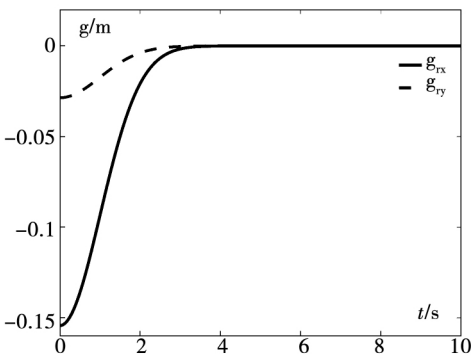
Fig. 4 End-effector trajectory and joint motion of the manipulator



(a) 关节角度变化曲线图



(b) 关节速度变化曲线图



(c) 关节末端位置误差曲线图

图 5 机械臂关节、关节速度及位置误差曲线

Fig. 5 Transients of joint position, velocity and end-effector position errors

表 2 机械臂末端执行器位置误差收敛情况

Tab. 2 Convergence situation of end-effector position errors

时间 t /s	位置差异率 $\sigma(t)$	$\exp(-t^2)$
0.53	8.703×10^{-1}	8.687×10^{-1}
1.05	5.758×10^{-1}	5.762×10^{-1}
2.53	4.03×10^{-2}	4.07×10^{-2}
5.00	4.89×10^{-6}	3.73×10^{-6}
8.02	1.91×10^{-8}	1.10×10^{-14}
10	2.65×10^{-8}	1.93×10^{-22}

从图 4 和图 5 可观察到,在误差较大的情况下,机械臂也能很好地收敛到期望的轨迹,这说明了本文提出的容错方案在执行不同的轨迹跟踪任务和存在较大的初始误差的情况下都行之有效。另外,从图 5(c) 和表 2 中的末端执行器的位置误差情况可知,在 $t = 2.53 \text{ s}$ 时,位置误差就只有 $(0.006\ 24, 0.001\ 15) \text{ m}$,通过式(9)对收敛性进行量化分析,当 $t = 5 \text{ s}$ 时的位置差异率 $\sigma(5.00)$ 约为 4.89×10^{-6} ,非常的接近 $\exp(-t^2)$,这也进一步说明了该容错方案的准确性。除此之外,对于实际工程应用中的精度要求,机械臂收敛到期望轨迹的速度和位置误差减小的范围都可以通过调节参数 λ_0 来实现。此次仿真结果更深入地验证了对于存在初始位置误差的容错方案的有效性。

综合以上,所提出的基于二次规划的容错方案既能在不同的初始位置误差下较快地减小误差对任务执行精度的影响,又能适应并很好的执行不同的轨迹跟踪任务,且具有较好的收敛性。

4 结 论

本文针对二连杆机械臂在执行轨迹跟踪任务时可能出现的初始位置误差这一问题,提出了一种基于二次型规划的容错解析方案,该方案利用基于线性变分不等式的原对偶神经网络求解器进行求解。除此之外,该方案中没有进行矩阵的求逆运算,降低了计算的难度,同时原对偶神经网络也能够满足实时求解的要求。仿真结果表明,机械臂在存在初始位置误差的情况下也能够很好地完成轨迹跟踪任务。在往后的研究中,可以将该方法扩展到冗余度机械臂执行多任务的运动规划中,进一步提高算法的有效性和实用性。

参 考 文 献:

- [1] 马晓敏,刘丁,辛菁,等. 移动机器人生物启发式变结构轨迹跟踪控制[J]. 电机与控制学报,2018,22(7):97.
MA Xiaomin, LIU Ding, XIN Jing, et al. Biologically Inspired Variable Structure Trajectory Tracking Control for a Mobile Robot[J]. Electric Machines and Control, 2018, 22(7): 97.
- [2] GOSSELIN C, SCHREIBER L T. Kinematically Redundant Spatial Parallel Mechanisms for Singularity Avoidance and Large Orientational Workspace[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 32(2): 286.
- [3] 许家忠,王温强,谢文博,等. 故障机械臂模型重构后的轨迹规划与实验分析[J]. 哈尔滨理工大学学报,2016,21(2):1.
XU Jiazong, WANG Wenqiang, XIE Wenbo, et al. The Trajectory

- ry Planning and Experimental Analysis of Fault Mechanical Arm Based on Model Reconstructed [J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2016, 21(2): 1.
- [6] 吴海彬, 李实懿, 吴国魁. 基于动量偏差观测器的机器人碰撞检测算法 [J]. 电机与控制学报, 2015, 19(5): 97.
WU Haibin, LI Shiyi, WU Guokui. Collision Detection Algorithm for Robot Manipulator Based on Momentum Deviation Observer [J]. Electric Machines and Control, 2015, 19(5): 97.
- [5] WAN J, WU H T, MA R, et al. A Study on Avoiding Joint Limits for Inverse Kinematics of Redundant Manipulators Using Improved Clamping Weighted Least-Norm Method [J]. Journal of Mechanical Science & Technology, 2018, 32(3): 1367.
- [6] LIAO B, LIU W. Pseudoinverse-Type Bi-criteria Minimization Scheme for Redundancy Resolution of Robot Manipulators [J]. Robotica, 2015, 33(10): 2100.
- [7] HUANG S, PENG Y, WEI W, et al. Clamping Weighted Least-Norm Method for the Manipulator Kinematic Control with Constraints [J]. International Journal of Control, 2016, 89(11): 2240.
- [8] PENG C, JI X, WEI W. A Unified Weighted Least Norm Method for Redundant Manipulator Control [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2016, 13: 1.
- [9] MOHAN S. Error Analysis and Control Scheme for the Error Correction in Trajectory-Tracking of a Planar 2PRP-PPR Parallel Manipulator [J]. Mechatronics, 2017, 46: 70.
- [10] 张秀珩, 柳洪义, 巴鹏. 基于全微分模型的打磨机械臂静态误差分析 [J]. 机床与液压, 2016, 44(15): 1.
ZHANG Xiuheng, LIU Hongyi, BA Peng. Static Error Analysis of Grinding Manipulator Based on Total Differential Model [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2016, 44(15): 1.
- [11] 戴厚德, 曾现萍, 游鸿修, 等. 基于光学运动跟踪系统的机器人末端位姿测量与误差补偿 [J]. 机器人, 2019, 41(2): 206.
DAI Houde, ZENG Xianping, YOU Hongxiu, et al. Pose Measurement and Error Compensation of the Robot End-Effector Based on an Optical Tracking System [J]. Robot, 2019, 41(2): 206.
- [12] 陈育燕, 张秋菊, 孙沂琳, 等. 工业机器人位姿误差空间 IDSW 插值补偿方法研究 [J]. 机械科学与技术, 2017, 36(3): 378.
CHEN Xiaoyan, ZHANG Qiuju, SUN Yilin, et al. Space IDSW Interpolation Compensation Method of Position and Orientation Error of Industrial Robot [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2017, 36(3): 378.
- [13] 史晓佳, 张福民, 曲兴华, 等. KUKA 工业机器人位姿测量与在线误差补偿 [J]. 机械工程学报, 2017, 53(8): 1.
SHI Xiaojia, ZHANG Fumin, QU Xinghua, et al. Position and Attitude Measurement and Online Errors Compensation for KUKA Industrial Robots [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(8): 1.
- [14] 张绍春, 张明路, 吕晓玲, 等. 5R 串联机器人的静态误差分析及优化方法 [J]. 机械设计与制造, 2018(6): 250.
ZHANG Shaochun, ZHANG Minglu, LV Xiaoling, et al. Analysis and Optimization of the Static Error on 5R Serial Robot [J]. Machinery Design & Manufacture, 2018(6): 250.
- [15] XIAO L, ZHANG Z, ZHANG Z, et al. Design, Verification and Robotic Application of a Novel Recurrent Neural Network for Computing Dynamic Sylvester Equation [J]. Neural Networks, 2018, 105: 185.
- [16] LI K, ZHANG Y. State Adjustment of Redundant Robot Manipulator Based on Quadratic Programming [J]. Robotica, 2012, 30(3): 477.
- [17] 张雨浓, 易称福, 马伟木. 实时求解线性规划问题的原对偶神经网络 [J]. 运筹学学报. 2010, 14(3): 1.
ZHANG Yunong, YI Chengfu, MA Weimu. On a Primal-Dual Neural Network for Online Solution of Linear Programming [J]. Operations Research Transactions, 2010, 14(3): 1.
- [18] LI S, ZHOU M, LUO X. Modified Primal-Dual Neural Networks for Motion Control of Redundant Manipulators With Dynamic Rejection of Harmonic Noises [J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2018, 29(10): 4791.
- [19] ZHANG Y. On the LVI-Based Primal-Dual Neural Network for Solving Online Linear and Quadratic Programming Problems [C] // American Control Conference. IEEE, 2005, 2: 1351.
- [20] ZHANG Y. Dual Neural Networks: Design, Analysis, and Application to Redundant Robotics [C] // In: Kang, G. B. (ed.) Progress in Neurocomputing Research, New York, 2007: 41.

(编辑: 温泽宇)